

بسمه تعالی

آزمون ریاضیات زیستی

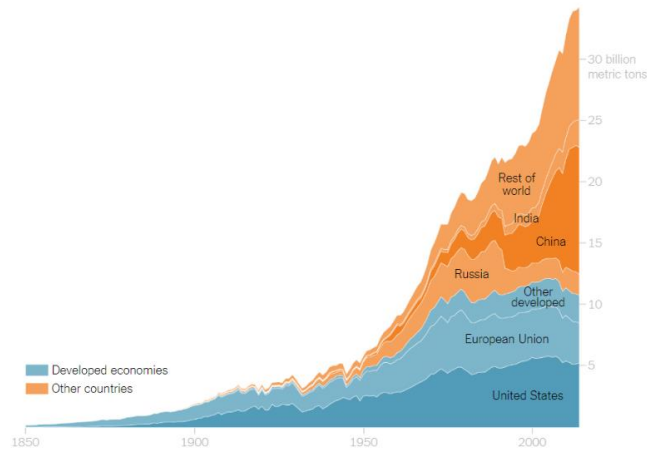
انتخاب تیم ۲۰۲۱

مجموع نمرات آزمون: ۵۷

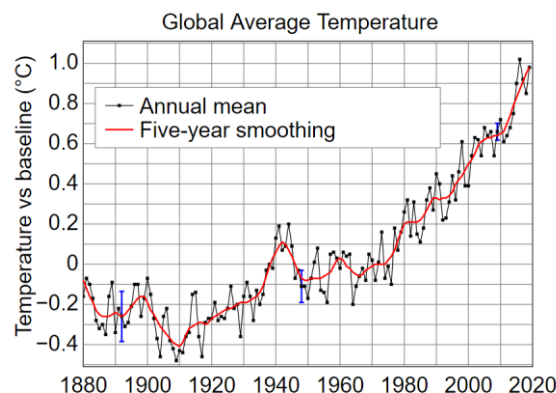
مدت آزمون: ۱۵۰ دقیقه

* فقط استفاده از ماشین حساب *casio-fx-82ms* مجاز است .

۱. اصلی‌ترین فعالیت انسانی که منجر به گرمای زمین می‌شود، سوزاندن سوخت‌های فسیلی (زغال‌سنگ، نفت و گاز طبیعی) و از بین بردن جنگل‌ها است. بیشتر سوخت فسیلی در اتومبیل‌ها، کارخانه‌ها و نیروگاه‌ها به مصرف می‌رسد و این سوخت منجر به تولید گاز کربن دی اکسید می‌شود. کربن دی اکسید از گازهای گلخانه‌ایست که روند فرار گرما از جو به فضا را بسیار کند می‌کند. مقدار گاز CO_2 تولید شده در جهان به ازای میلیون تن در سال، از سال ۱۸۵۰ تا ۲۰۲۰ مطابق نمودار زیر تقریباً به صورت نمایی است. در سال‌های ۱۹۵۰، ۲۰۰۰ و ۲۰۲۰ مقدار گاز CO_2 تولیدی تقریباً برابر ۵، ۲۴ و ۴۵ بیلیون تن است.



افزایش دمای زمین نام پدیده‌ای است که منجر به افزایش میانگین دمای سطح زمین و اقیانوس‌ها گردیده است. ادامه این افزایش دما آثار مخرب زیادی در بر دارد. ممکن است زندگی گیاهان و جانداران دریایی به مخاطره جدی بیفتد. زیستگاه‌های گیاهان و حیوانات دچار تغییرات اساسی می‌شوند. الگوهای آب و هوا دست خوش تغییرات می‌شوند؛ نتیجه آن وقوع سیل، خشک سالی و طوفان‌های شدید مخرب خواهد بود. افزایش دما با ذوب نمودن یخ‌های قطبی، باعث بالا آمدن سطح آب دریاها می‌شود. در مناطق خاصی از زمین، بیماری‌های انسانی گسترش می‌یابد و محصولات کشاورزی نابود می‌گردد. تکرار وقوع شرایط بحرانی آب و هوا منجر به خسارات زیادی می‌شود. تغییرات الگوهای بارش باعث افزایش سیلاب‌ها و خشک‌سالی در نواحی مختلف می‌شود. طوفان‌ها و تندبادها، بیشتر و قدرتمندتر به وقوع خواهند پیوست. اگر روند افزایش دمای کره زمین که در نمودار زیر نشان داده شده است، از سال ۱۹۶۰ به همین منوال و تقریباً افزایشی بوده باشد.

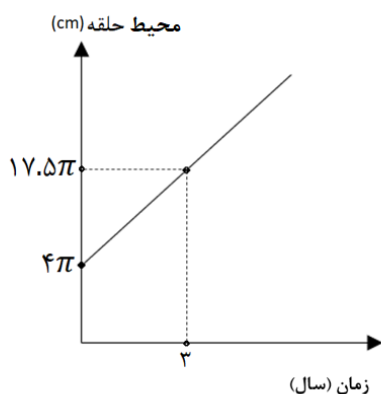


الف) در چه سالی دمای زمین نسبت به سال ۲۰۲۰، دو برابر خواهد شد؟ (۳ نمره)

ب) تا آن زمان، چند بلیون تن گاز CO_2 توسط اهالی زمین، تولید خواهد شد؟ (راهنمایی: برای حل معادله نمایی، مقادیر سال ها را به صورت سده (ضربیی از صد) فرض کنید) (۵ نمره)

ج) چه رابطه ای میان افزایش دمای زمین و میزان گاز تولیدی در زمین برقرار است؟ (بر اساس هیپربولیک، سیگموئید، نمایی، خطی، لگاریتمی و ... در یک جمله توصیف کنید.) (۵ نمره)

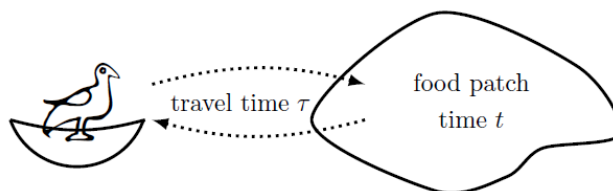
۲. اگر محیط حلقه انتهایی که رشد سالیانه درختان را در طول زمان نشان می دهد با نمودار زیر تغییر کند و رابطه H میان مساحت حلقه ها (S) و ارتفاع درخت وجود داشته باشد، یک درخت ده ساله چند کیلوگرم توده خشک دارد؟ (فرض کنید هر سال فقط یک حلقه جدید روی درخت ایجاد می شود و مساحت حلقه ها را از سال اول به شمار می آوریم. چگالی درخت $5.8 \frac{kg}{m^3}$ و ۲۰ درصد حجم درخت توده غیر خشک است. π^2 را برابر ۱۰ فرض کنید.) (۸ نمره)



$$H = \int S dt$$

ارتفاع درخت	مساحت حلقه
14π	$\frac{225}{16}\pi$
$\frac{109}{2}\pi$	$\frac{549}{16}\pi$

۳. جانوران بیشتر زمان خود را صرف جست و جو برای غذا می کنند. زمان محدود است و با غروب آفتاب، همانطور که احتمال یافتن غذا کمتر می شود، احتمال شکار شدن توسط شکارچیان افزایش می یابد. زمان بهینه برای یافتن غذا از دو فاکتور زمان سفر و زمان لازم برای مصرف غذا تشکیل شده که در شکل زیر نشان داده است.

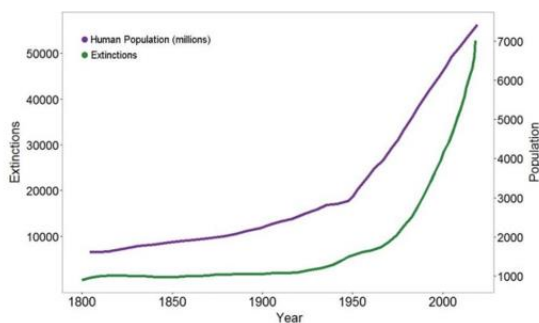


محققى که این پژوهش را انجام داده است، نتوانسته مقاله خود را به اتمام برساند و در اثر بیماری ذات الریه فوت کرده است. به دلیل اهمیت بالای این پژوهش، گروهی دیگر از محققان تصمیم میگیرند با کمک دستیار این محقق، پژوهش او را تکمیل کنند. بعد از بررسی ها مشخص می شود، محقق اصلی پژوهش، یادداشتی از خود به جا گذاشته است که در آن رابطه میان انرژی به ازای زمان برای زمان های مختلف آورده شده است. معادله ای که برای این رابطه پیشنهاد شده بود که به علت اهمال کاری دستیار محقق از بین رفته است و فقط شکل کلی آن باقیمانده که به صورت زیر است.

$$E = \frac{a^2 - a}{a^3 - 1}$$

دستیار محقق تاکید می کند که مطمئن است رابطه a^2 با زمان سفر (*travel time*) خطی است. اگر رابطه $\tau = t^2$ برقرار باشد و به ازای ۹ ثانیه زمان سفر (*travel time*) مقدار انرژی مصرف شده برابر $\frac{6}{19}$ باشد. به ازای ۱ ثانیه زمان سفر (*travel time*) حداقل چقدر انرژی مصرف خواهد شد؟ (۷ نمره)

۴. روند انقراض گونه ها (به ازای سال) به همراه جمعیت انسان ها در دویست سال اخیر را در نموداری مشخص کرده ایم. در جدول سمت راست، داده های نمودار سمت چپ با دقت بالاتر مشخص شده اند. اگر روند انقراض گونه به صورت یک تابع نمایی باشد، انتظار داریم زمانی که هشت میلیارد انسان در جهان زندگی می کنند، چند جاندار در طول سال منقرض شوند؟ (فرض کنید جمعیت جهان از سال ۱۹۵۰ با یک شیب ثابت تغییر کرده و این روند افزایشی پایسته باقی می ماند). (۵ نمره)



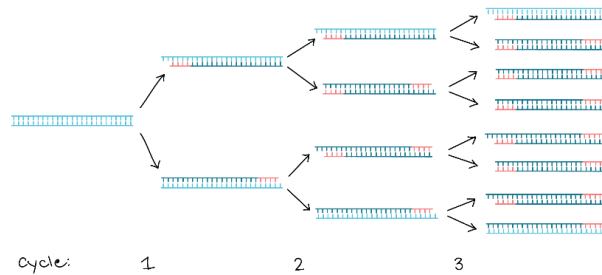
زمان (سال)	تعداد گونه های منقرض شده	جمعیت جهان
۱۹۰۰	۲۵۰۰	۲.۲ میلیارد
۱۹۵۰	۸۰۰۰	۳ میلیارد
۱۹۸۰	۱۶۰۰۰	۴.۸ میلیارد
۲۰۰۰	۲۰۰۰۰	۶ میلیارد
۲۰۱۰	۲۵۰۰۰	۶.۶ میلیارد

۵. یک سلول عصبی پتانسیل اولیه ای معادل ۴۰- میلی ولت دارد. این نورون در صورتی فعال می شود که پتانسیل غشا آن به ۱۰- میلی ولت برسد و اگر پتانسیل غشا به ۶۰- برسد، سلول به فاز استراحت وارد شده و دیگر تا مدتی فعال نخواهد شد. در هر بار تغییر پتانسیل غشا با احتمال ۰.۶، یک واحد افزایش می یابد افزایش و با احتمال ۰.۴، یک واحد کاهش می یابد؛ هم چنین تغییرات متوالی مستقل هستند. در نهایت با چه احتمالی نورون فعال خواهد شد؟ (۳ نمره)

۶. یک سلول ماکروفاژ در شرایط ایده آل، از ۸ پاتوژن شناسایی شده، ۵ تا را با موفقیت از بین می برد. حداقل چند سلول ماکروفاژ داشته باشیم تا ۵ سلول پاتوژن را با احتمال بیشتر از ۸۰٪ از بین ببرند؟ (۳ نمره)

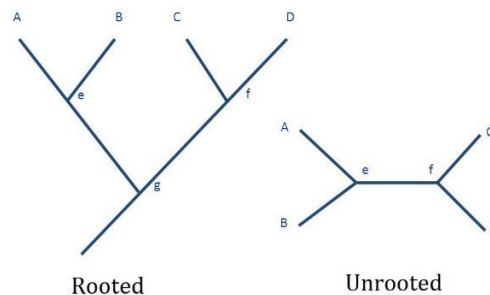
۷. حجم سلول های کبدی موش در هر بار تقسیم نصف می شود، همچنین اندامکی به نام *Neomitosome* در هر یک از این سلول ها به وجود می آید که به اندازه ۲ درصد حجم سلول اولیه قبل از تقسیم است و این اندامک پس از تقسیم حذف می شود. اگر هر سلول بعد از تقسیم دو سلول همسان ایجاد کند، یک سلول مادری حداکثر چند سلول می تواند پدید آورد؟ (۲ نمره)

۸. واکنش زنجیره ای پلیمرز (PCR) تکنیکی در زیست شناسی مولکولی است و به منظور تکثیر یک نسخه منفرد یا نسخه های کمی از یک قطعه DNA با توالی خاص به تعداد هزار یا میلیون ها نسخه به کار می رود. این تکنیک ابزاری آسان و ارزان قیمت برای تکثیر یک قطعه خاص از DNA است و برای اهدافی همچون تشخیص و نظارت بر بیماری های ژنتیکی، شناسایی مجرمان (در زمینه پزشکی قانونی) و مطالعه عملکرد یک بخش هدف از DNA مورد استفاده قرار می گیرد. در همه گیری بیماری کرونا در سال ۲۰۲۰ از این تکنیک آزمایشگاهی برای شناسایی افراد مبتلا استفاده شد. PCR یک ناحیه خاص از رشته DNA هدف را به کمک پرایمر هایی در دوطرف قطعه مورد نظر و آنزیم DNA-Polymerase مقاوم به حرارت، در چرخه های متوالی تکثیر می کند. شکل زیر خلاصه ای از چرخه های این فرآیند را نشان می دهد.



بر این اساس، در دور دهم چند قطعه دلخواه تولید خواهد شد؟ (۳ نمره)

۹. درخت های فیلوژنتیک ریشه دار (rooted) و بدون ریشه (unrooted) از جمله بهینه ترین روش های معرفی تبار شناسی بیش از دو گونه هستند. درخت های تبارزایی، روابط تکاملی در میان گونه های مختلف زیستی یا حتی اشخاص را بر اساس شباهت ها و تفاوت های فیزیکی (فیلوژنتیک) یا خصوصیات ژنتیک نشان می دهد. واحدهایی که به هم در درخت متصل هستند، از یک جد مشترک جدا شده اند. در یک درخت تکامل نژادی ریشه دار، هر گره نشان دهنده جد مشترکی برای فرزندان آن گره می باشد، و طول یال ها در برخی از درختان نشان دهنده تخمین زمان است. برای ۳ و ۴ گونه به ترتیب، ۱ و ۳ درخت بدون ریشه و ۳ و ۱۵ درخت ریشه دار (بدون توجه به طول یال ها) میتوان رسم کرد. بر این اساس برای ۷ گونه چند درخت بدون ریشه و ریشه دار میتوان رسم کرد؟ (۴ نمره)



۱۰. بر اساس آنچه در کلاس بحث شد، درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. در پاسخنامه فقط ص/غ نوشته شود. (۴ نمره)

الف) انتظار داریم با افزایش توان هیل (hill) در مقایسه با حالت با توان کمتر، شیب نمودار bound fraction در مقایسه با غلظت پروتئین A ابتدا کمتر شده، سپس بیشتر شود.

ب) ریتم سیرکادین نمونه ای از نوسان های میرا در مدل با فیدبک مثبت است.

ج) از معادلات دیفرانسیل برای توصیف حالت های گسسته سیستم های زیستی استفاده می شود.

د) نمودار نسبت اتصال (bound fraction) در توصیف سیستم های با پروتئین فعال سازی همانند نمودار عدم اتصال بر اساس غلظت ها در سیستم های با پروتئین مهار کننده است.

۱۱. یک نوتروفیل نشان دار را درون عروق زیر بررسی می کنیم. این نوتروفیل در هر حرکت می تواند در رگی که در آن قرار دارد یک واحد به سمت جلو حرکت کند یا از رگی که در آن قرار دارد خارج شده و وارد رگ مجاور شده و یک واحد به سمت بالا حرکت کن ولی نمیتواند در یک حرکت از رگ سوم به رگ اول یا بالعکس حرکت کند. اگر این نوتروفیل ابتدا در جایگاه مجاور اولین بافت در رگ سمت راست قرار داشته

باشد و از سوی بافت های اطراف واحد هفتم عروق فراخوانده شود، به چند طریق می تواند به این بافت برسد؟ (هر خط تیره نشان دهنده جایگاه یک بافت مجزاست و حرکت از هر بافت به بافت بالاتر به یک واحد حرکت نیاز دارد. نوتروفیل از تمامی عروق میتواند به بافت آن منطقه دسترسی داشته باشد.) (۵ نمره)

